

## Das Profil der Balmer-Linien unter der Einwirkung von Ionen- und Elektronenstößen

Von G. ECKER

Institut für Theoretische Physik der Universität Bonn  
(Z. Naturforsch. **12 a**, 517—518 [1957]; eingegangen am 20. Mai 1957)

Die Ausmessung der Form der BALMER-Linien bietet eine Möglichkeit zur Bestimmung der Ionendichte des Plasmas. Als theoretische Grundlage dient allgemein die HOLTSMARKSche Theorie des Mikrofeldes unter der Voraussetzung, daß die Stoßverbreiterung der Elektronen gegenüber der statistischen Verbreiterung der Ionen zu vernachlässigen ist. Ersetzt man zur Vereinfachung das Aufspaltungsbild im STARK-Effekt ( $\Delta\lambda = a_i E$ ;  $E$  = elektrische Feldstärke) durch konstante Intensitätsverteilung zwischen den äußersten Komponenten der Aufspaltung<sup>1</sup> oder besser zwischen den Grenzkomponenten wesentlicher Intensität<sup>2</sup>, so gilt für die Halbwertsbreite  $h$  der Linie

$$h = 2,5 a E_0,$$

wo  $a$  die STARK-Effektkonstante der absoluten bzw. intensitätsstarken Grenzkomponenten bezeichnet und die „Normalfeldstärke“

$$E_0 = 3,75 \cdot 10^{-10} \cdot n^{2/3} \text{ kV/cm}$$

die Abhängigkeit von der Ionendichte  $n$  enthält.

Dieser Zusammenhang wurde beispielsweise von FOWLER, ATKINSON und MARKS<sup>2</sup> zur Dichtebestimmung

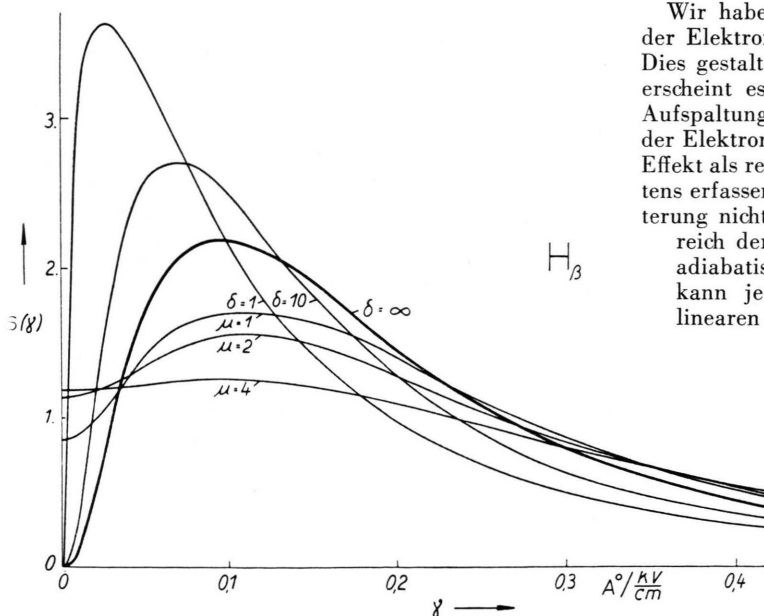


Abb. 1. Die Änderung des VERWEIJ-HOLTSMARKSchen Profils ( $\delta = \infty$ ) unter dem Einfluß des GIBBSschen Koeffizienten ( $\delta$ ) einerseits und der Elektronenstoßverbreiterung ( $\mu$ ) andererseits. Bezeichnungen s. Text.

verwendet und hat den Vorzug, besonders handlich zu sein.

Die exakte Berechnung des gesamten Linienprofils aus der Überlagerung der einzelnen STARK-Komponenten wurde zuerst von VERWEIJ<sup>3</sup> durchgeführt und später von SCHMALJOHANN<sup>4</sup> hinsichtlich des Gewichtungsfaktors der  $\sigma$ -Komponenten verbessert. Der Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem Profil erlaubt genauere Schlußfolgerungen und konnte beispielsweise in neueren Arbeiten<sup>5, 6, 7</sup> zur Ausmessung des Plasmas mit Erfolg verwendet werden.

Wir haben nun kürzlich gezeigt<sup>8, 9</sup>, daß die HOLTSMARKSche Verteilungsfunktion  $W(\beta) = W(E/E_0)$  der Korrektur bedarf. Die Abweichungen von  $W(\beta)$  nehmen mit abnehmendem

$$\delta = 1,4 \cdot 10^3 \cdot \left( \frac{T_+ + T_-}{T_+ - T_-} \right)^{3/2} \cdot n^{-1/2}$$

zu. Der Einfluß von  $\delta$  wirkt sich notwendig auf das Linienprofil

$$S(\gamma) = \sum \frac{I_i}{a_i} W_\delta \left( \frac{\gamma}{a_i} \right)$$

aus. ( $I_i$  = Intensität der STARK-EffektKomponenten;  $\gamma = \Delta\lambda/E_0$ .) Unter Verwendung der zitierten Resultate<sup>8, 9</sup> ergeben sich für  $S(\gamma)$  Profile, deren Verlauf durch das Beispiel der Kurven  $\delta = \infty$ ; 10; 1 der Figur charakterisiert werden soll.  $\delta = \infty$  entspricht dem Profil nach VERWEIJ<sup>3</sup> und SCHMALJOHANN<sup>4</sup>. Ersichtlich ist der Einfluß von  $\delta$  selbst bei mäßigen Dichten beachtlich.

Wir haben darüber hinaus versucht, die Bedeutung der Elektronenstöße für das Linienprofil abzuschätzen. Dies gestaltet sich aus drei Gründen schwierig. Erstens erscheint es fraglich, ob bei vorliegender statistischer Aufspaltung durch die Ionen für die Stoßverbreiterung der Elektronen der lineare oder der quadratische STARK-Effekt als reiner Fall zugrunde gelegt werden kann. Zweitens erfassen die vorliegenden Theorien der Stoßverbreiterung nicht den Mehrfachstoß und drittens ist im Bereich der Elektronenstoßverbreiterung die Annahme adiabatischen Verhaltens nicht gerechtfertigt. Man kann jedoch begründen, daß die Verwendung des linearen STARK-Effektes im interessierenden Bereich

<sup>1</sup> J. HOLTSMARK, Ann. Phys., Lpz. **58**, 577 [1919].

<sup>2</sup> R. FOWLER, W. ATKINSON u. L. MARKS, Phys. Rev. **87**, 966 [1952].

<sup>3</sup> S. VERWEIJ, Diss. Amsterdam 1936.

<sup>4</sup> P. SCHMALJOHANN, Diss. Kiel 1936.

<sup>5</sup> J. D. CRAGGS u. W. HOPWOOD, Proc. Phys. Soc., Lond. **59**, 755 [1947].

<sup>6</sup> H. N. OLSEN u. W. S. HUXFORD, Phys. Rev. **87**, 922 [1952].

<sup>7</sup> G. JÜRGENS, Z. Phys. **134**, 21 [1952].

<sup>8</sup> G. ECKER, Z. Naturforsch. **12 a**, 346 [1957].

<sup>9</sup> G. ECKER, Z. Phys. **148** [1957], im Druck.



eine brauchbare Näherung darstellt. Der Mehrteilchenstoß läßt sich durch Beschränkung des Stoßparameters angenähert berücksichtigen und dem nichtadiabatischen Verhalten kann mit UNSÖLD<sup>10</sup> durch Einführung einer nach Maßgabe der Intensitäten gemittelten STARK-Effekt-Konstanten Rechnung getragen werden. Der Einfluß der Elektronenstöße ergibt sich dann aus der Faltung des statistischen Profils mit einer Dispersionsverteilung bestimmter Halbwertsbreite  $\Delta$ . Im Beispiel der Abb. 1 erhalten wir auf diese Weise die Kurven  $\mu=1$ ; 2; und 4 aus dem VERWEIJschen Profil, wenn die Halbwertsbreite  $\Delta$  zu  $\Delta = \mu \cdot 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ \AA} \cdot \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$  gewählt wird.

<sup>10</sup> A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosphären, Springer-Verlag, Berlin 1955.

## Über die effektive Ionisierungsspannung eines Atoms im Inneren des Plasmas

Von O. THEIMER

The University of Oklahoma, Department of Physics, USA  
(Z. Naturforsch. 12 a, 518–519 [1957]; eingegangen am 4. Mai 1957)

Bei der Berechnung der thermischen Ionisierung von Gasen mit Hilfe der SAHA-Gleichung wird die elektrostatische Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern im allgemeinen vernachlässigt. ECKER und WEIZEL haben kürzlich gezeigt<sup>1</sup>, daß diese Wechselwirkung bei den im Plasma auftretenden Trägerdichten ziemlich groß ist, doch enthalten ihre Formeln einen unbekannten Parameter  $\bar{\alpha}$ , der die numerische Berechnung der Wechselwirkungsenergie mit großer Unsicherheit belastet. In dieser Note wird gezeigt, daß die durch  $\bar{\alpha}$  bedingte Unsicherheit leicht beseitigt werden kann.

ECKER und WEIZEL stellen die Wechselwirkungsenergie als Summe von zwei Ausdrücken dar, von denen der erste die Form einer Gitterenergie hat und der zweite die DEBYESche Polarisation des Plasmas berücksichtigt:

$$U_W = U_a + U_P = - \left\{ \frac{2 e^2 \bar{\alpha}}{r_0} + \frac{e^2 (1 + \sqrt{2})}{D \sqrt{2^3}} \right\} \bar{N} x, \quad (1)$$

$D$  = DEBYESche Abschirmungskonstante,  $\bar{\alpha}$  = mittlerer MADELUNG-Koeffizient,  $\bar{N}$  = Gesamtzahl der ursprünglich vorhandenen Atome,  $x$  = Ionisierungsgrad,  $r_0 \sim \sqrt[3]{V/\bar{N}}$   $x$  = mittlerer Ionenabstand,  $e$  = Ladung des Elektrons,  $V$  = Volumen des Plasmas.

Der MADELUNG-Koeffizient  $\bar{\alpha}$  stellt definitionsgemäß einen Zeitmittelwert dar, der über alle möglichen Konfigurationen der Ladungsträger genommen werden muß. ECKER und WEIZEL schlagen für  $\bar{\alpha}$  den einem kubischen

Nimmt man  $T = 10^4$  °C an, so entsprechen diese Werte Elektronendichten  $n_e = 4,1 \cdot 10^{13}$ ;  $6,5 \cdot 10^{14}$  und  $1,6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Der Einfluß der Elektronen ist also überraschend groß. Bei der Bewertung der Ergebnisse sind wir uns bewußt, daß es sich aus den genannten Gründen um eine Abschätzung handelt. Dies kann jedoch nicht die Feststellung gefährden, daß der Einfluß der Elektronen nicht zu vernachlässigen ist und eine Verflachung des statistischen Profils bedingt.

Bei der  $H_\alpha$ -Linie ist wegen der intensitätsstarken verschobenen Komponente der Einfluß der Elektronen noch einschneidender. Es ergeben sich größenordnungsmäßige Abweichungen von den eingangs wiedergegebenen Näherungsformeln der Halbwertsbreite  $h$ .

Einzelheiten werden demnächst an anderer Stelle veröffentlicht.

Gitter entsprechenden Wert 1,76 vor, aber sie warnen, daß dies eine ziemlich willkürliche und mit großer Unsicherheit behaftete Festsetzung ist. Versucht man  $\bar{\alpha}$  genauer zu berechnen, dann stellt sich bald heraus, daß dieser Koeffizient verschwindend klein ist und daß die mittlere „Gitterenergie“  $U_a$  gegenüber der Polarisationsenergie  $U_P$  vernachlässigt werden kann. Dies folgt unmittelbar aus der Definition von  $\bar{\alpha}$  als einem Mittelwert über alle möglichen Konfigurationen der Ladungsträger. Da  $\alpha$  im Einzelfall ebensogut positiv wie negativ sein kann, ergibt sich für diesen Mittelwert ungefähr Null.

Für eine genauere Analyse kann man entsprechend der DEBYE-HÜCKEL-Theorie<sup>2</sup> eine radiale Verteilungsfunktion  $\rho(r)$  für die Ladungsträger einführen, derzufolge  $\rho(r) dV$  die Wahrscheinlichkeit dafür gibt, daß das Volumelement  $dV$  im Abstand  $r$  von einem beliebigen Zentrum eine Ladung enthält. Bei Vernachlässigung der Wechselwirkung ist  $\rho(r)$  sowohl für die Ionen als auch die Elektronen innerhalb des Plasmas konstant und außerhalb des Plasmas ( $r > V^{1/3} = R$ ) Null. Wählt man eine beliebige Ladung  $e$  als Zentrum der Ladungsverteilung, dann verhalten sich die übrigen, regellos verteilten Ladungen im Zeitmittel so wie eine homogen geladene Kugel mit Gesamtladung  $-e$ . Das Potential  $P_a$  im Zentrum dieser Kugel ist  $-3e/2R$  und die durchschnittliche Wechselwirkungsenergie  $U_a \sim -3\bar{N} x e^2/2R$ . Da  $R$  eine makroskopische Größe ist, kann man  $U_a$  gegenüber der DEBYESchen Polarisationsenergie vollständig vernachlässigen. Tatsächlich würde eine endliche Gitterenergie jene Korrelation der Ionen- und Elektronenlagen vorwegnehmen, die durch die DEBYE-HÜCKEL-Theorie berücksichtigt wird.

Als Konsequenz der elektrostatischen Wechselwirkungen erhält man an Stelle einer konstanten Ladungs-

<sup>1</sup> G. ECKER u. W. WEIZEL, Ann. Phys., Lpz. 17, 126 [1956].

<sup>2</sup> P. DEBYE u. E. HÜCKEL, Phys. Z. 24, 185 [1923].